条件）

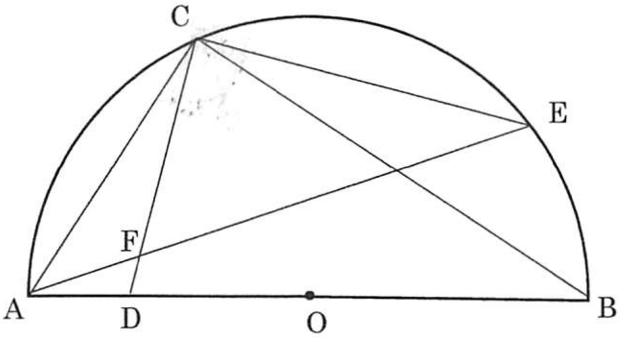
・半円Oは、ABを直径とする

・点Cは、弧AB上にある

・点Dは、AO上にある

・点Eは、弧BC上にありCD⊥CD

・点Fは、CDとAEの交点



問題）

・AB＝5cm、AC＝3cm、AD＝1cmのときAFの長さを求めよ。

解説）図より

△ADC∽△FDA となる。なぜならば

∠E＝∠B（同じ弧に対する円周角）×①

∠ECF＝∠BCA＝90°

よって△ECF∽△BCA

∠CFE＝∠CAB＝∠AFD ②● となり

∠CAD＝∠AFD
∠D＝∠D
が成り立ち相似

図1

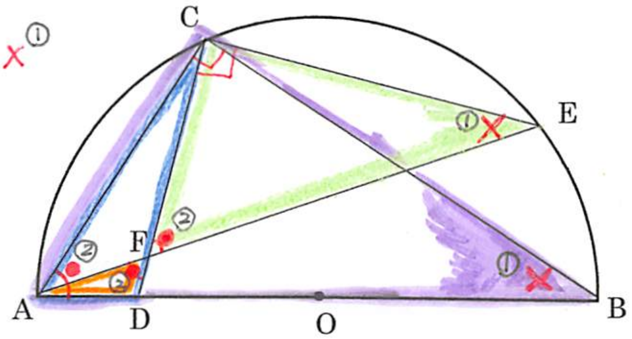


図2より

点CよりABに垂線CHをひく①

$CB=\sqrt{5^2-3^2}=4$ （三平方の定理）②

△BCA∽△CHAなので

$3:CH=5:4$

$CH=\frac{12}{5}$ ③

$3:AH=5:3$

$AH=\frac{9}{5}$ ④

$DH=\frac{9}{5}-1=\frac{4}{5}$ ⑤

図2

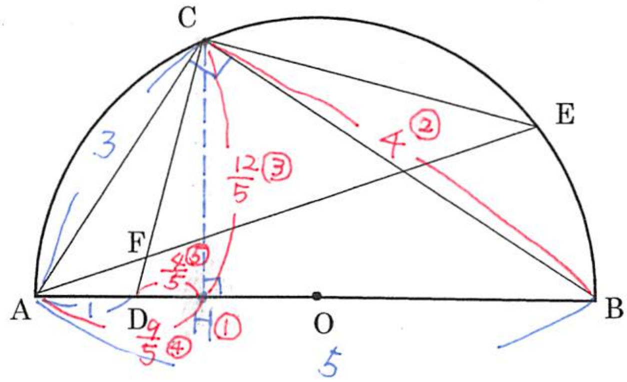


図3より

△CDHは直角三角形なので三平方の定理から

$CD=\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{160}}{5}=\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ①

△ADC∽△FDAより

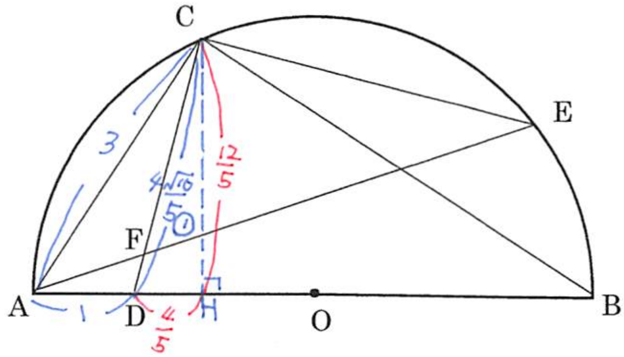
$AD:CD=AF:CA$

$1:\frac{4\sqrt{10}}{5}=AF:3$

$\frac{4\sqrt{10}}{5}AF=3$

$AF=\frac{3\times5}{4\sqrt{10}}$

$AF=\frac{3\sqrt{10}}{8}$



$\frac{3\sqrt{10}}{8}$ cm