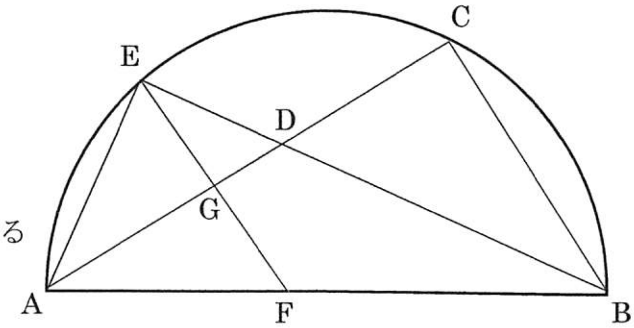
条件）

・ＡＢ、円の直径
・点Ｃは、弧ＡＢ上の点
・点Ｄは、ＡＣ上の点
・点Ｅは、ＢＤの延長と弧ＡＣとの交点
・点Ｆは、ＡＢ上にありＥＦ // ＣＢとなる
・点Ｇは、ＡＣとＥＦの交点



問題）

ＡＢ＝１２ｃｍ、ＢＣ＝６ｃｍ、ＡＤ＝ＤＣのとき、ＦＧの長さを求めよ

図1

直線に対する円周角で $\angle E = \angle C = 90^\circ$

平行線の同位角 $\angle G = \angle C = 90^\circ$ ×

対頂角 $\angle D = \angle D$ ○ などから

$\triangle ADE \backsim \triangle BDC \backsim \triangle AEG \backsim \triangle EDG$ となる。

図1

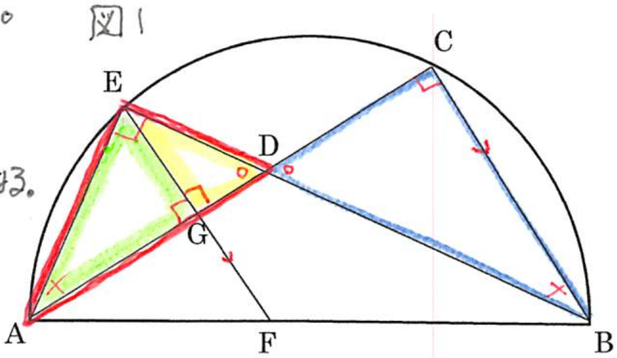


図2 △ABCは直角三角形なので
三平方の定理より

$AC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$ ①

AD=DC なので

$DC = 3\sqrt{3}$ ②

△BDCは直角三角形なので三平方の定理より

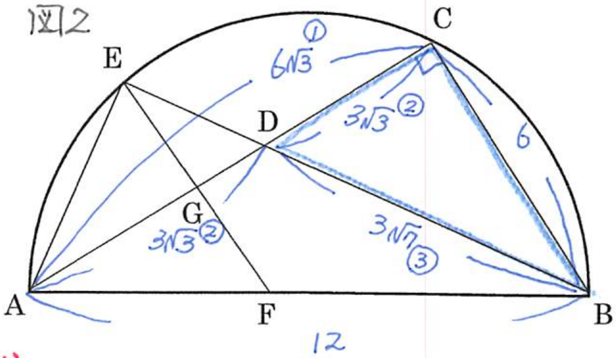
$BD^2 = 27 + 36$

$BD = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ ③

よって4つの相似な直角三角形の辺の比は

$\sqrt{7} : 2 : \sqrt{3}$ となる。

図2



$AD : ED = \sqrt{7} : \sqrt{3}$ より

$3\sqrt{3} : x = \sqrt{7} : \sqrt{3}$

$x = \frac{9\sqrt{7}}{7}$ (1)

$ED : EG = \sqrt{7} : 2$

$\frac{9\sqrt{7}}{7} : y = \sqrt{7} : 2$

$y = \frac{18}{7}$ (2)

$EG : AG = \sqrt{3} : 2$

$\frac{18}{7} : z = \sqrt{3} : 2$

$\boxed{z = \frac{12\sqrt{3}}{7}}$ (3)

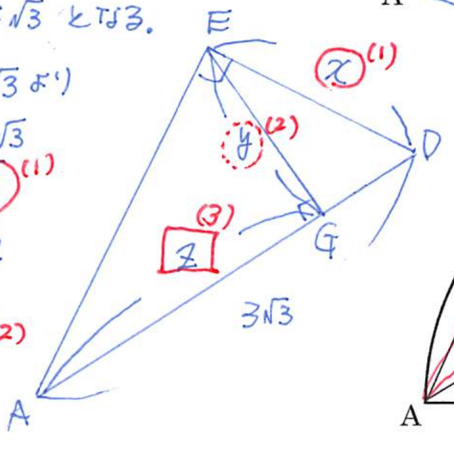


図3

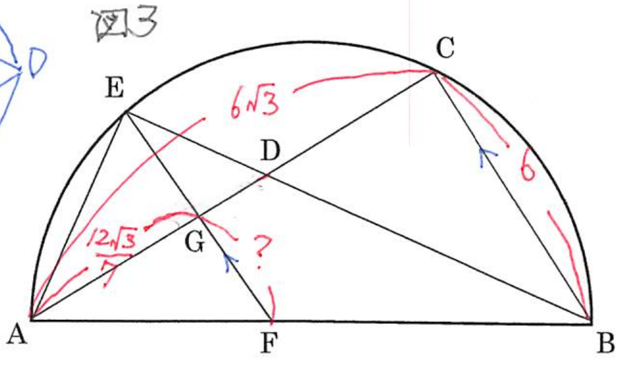


図3 $\triangle AGF \backsim \triangle ACB$ なので

$FG : BC = AG : AC$

$FG : 6 = \frac{12\sqrt{3}}{7} : 6\sqrt{3}$

$6\sqrt{3} \cdot FG = \frac{6 \times 12\sqrt{3}}{7}$

$FG = \frac{6 \times 12\sqrt{3}}{6\sqrt{3} \times 7}$

$FG = \frac{12}{7}$

$\frac{12}{7}$ cm